

@rachel.math

①

חקירה פונקציות שורש / פונקציה
רציונלית (תחום היציבה) (אצל הצורה)
אם מסתכלים על "חוקים".

תחום היציבה:

הפונקציה רציונלית (אנה): תחום
היציבה הוא $\mathbb{R} \setminus x$ תחום
ממשיים שמאפשרים $\mathbb{R} \setminus x$ המכנה
להיבדל: $x \neq 0$

הפונקציה שורש כ"ק": הפונקציה
היציבה היא $\mathbb{R} \setminus x$ המכנה
היציבה היא $\mathbb{R} \setminus x$

היציבה:
 $\mathbb{R} \setminus x$
היציבה היא $\mathbb{R} \setminus x$

פונקציה מסתבכת - רציונלית
היציבה היא $\mathbb{R} \setminus x$

רציונלית מסתבכת תחום היציבה

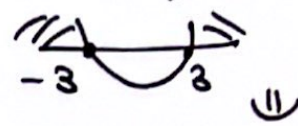
פונקציה	תחום היציבה
④ $y = \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2}$	$x \neq 0$ $(\sqrt{x}-2)^2 \neq 0$ / א $\sqrt{x}-2 \neq 0$ $\sqrt{x} \neq 2$ / ב $x \neq 4$ היציבה היא $\mathbb{R} \setminus x$ $x \geq 0$ <u>היציבה: $0 \leq x < 4$, $4 < x$</u>

(*)

$$y = x + \sqrt{x^2 - 9}$$

ביטוי
תחת
השורש ≥ 0

$$x^2 - 9 \geq 0$$



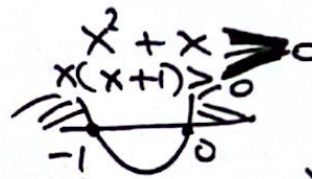
שטח
חיצוני

תחום התחלה:

$$x \leq -3 \text{ או } x \geq 3$$

(*)

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + x}}$$



כך
מקבלים

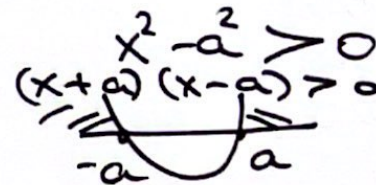
השורש
החיצוני

ת.ה: $x < -1 \text{ או } x > 0$

(*)

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$a > 0$



שטח
חיצוני

ת.ה: $x < -a \text{ או } x > a$

(*)

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2 - x}$$

שורש תחת השורש

המכנה $\neq 0$

(א)

$$x^2 - x \neq 0$$

$$x(x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad x \neq 1$$

ביטוי
תחת
השורש ≥ 0

(ב)

$$1 - 2x \geq 0 \quad / +2x$$

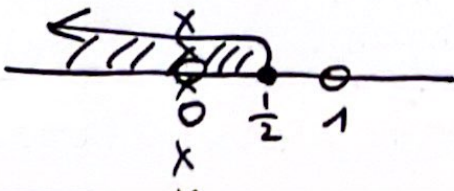
$$\frac{1}{2} \geq 2x \quad / :2$$

$$0 < x \leq \frac{1}{2}$$

אזור

$$x < 0 \text{ או } x > 1$$

אזור
התחלה



②

פונקציה

תחום

$$y = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$$

א $a > 0$ פנימה

שני המקרים:

א) $x^3 \neq 0$

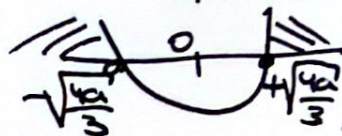
$x^3 \neq 0 / \sqrt{\quad}$

$x \neq 0$

ב) $\frac{3x^2 - 4a}{x^6} \geq 0$

$3x^2 - 4a \geq 0$

(סרט) פתרון:



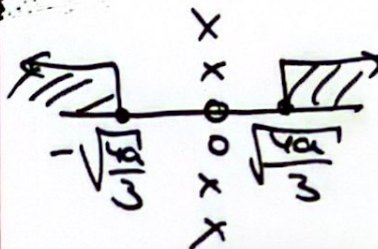
תחום: x

$3x^2 - 4a = 0$

$3x^2 = 4a$

$x^2 = \frac{4a}{3}$

$x = \pm \sqrt{\frac{4a}{3}}$



ב) x

$x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}} \text{ or } x \geq \sqrt{\frac{4a}{3}}$

$$g(x) = \sqrt{\frac{3x}{4x^2 - 1}}$$

מקרה:

א) $4x^2 - 1 \neq 0$

$x^2 \neq \frac{1}{4}$

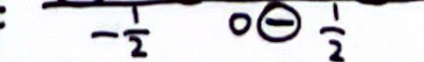
$x \neq \frac{1}{2}, x \neq -\frac{1}{2}$

ב) $\frac{3x}{4x^2 - 1} \geq 0$

$x = 0$

$x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

מכנה מתאפס: $x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$



חייב להיות $x > 0$ (ביותר) תחום

$\frac{1}{2} < x$ or $-\frac{1}{2} < x \leq 0$

פונקציה

תחום היציבה

$$(*) \quad f(x) = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{4x^2-1}}$$

ש'מו רק! אברהם
מכאן הקורא

למצוא / תנאים:

המסלול
שבת
הסל
מחנה

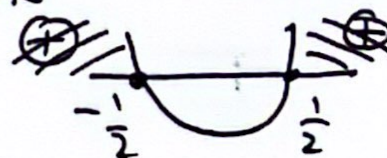
$$3x \geq 0 \quad (1)$$

$$x \geq 0$$

המסלול
שבת
הסל
מחנה

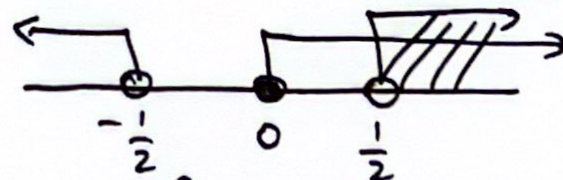
$$4x^2 - 1 > 0 \quad (2)$$

לשם
פ'מ



$$x < -\frac{1}{2} \quad \text{or} \quad x > \frac{1}{2}$$

ביתר:



התחום המסלול
השבת המסלול
הוא המקור
ולכן תחום
היציבה הוא

$$x > \frac{1}{2}$$

@ racheli.math

③

חזקה

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

חזקה של מנה

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'g + fg'$$

חזקה של מנהלה

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

חזקה של שורש

$$[\sqrt{f(x)}]' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

חזקה של שורש מניכר

$$(\sqrt[n]{f(x)})' = \frac{f'(x)}{n \sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$$

חזקה של המסוי

$$(\sqrt{x^2+6x})' = \frac{2x+6}{2\sqrt{x^2+6x}}$$

חזקה של פונקציה חזקה

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

חזקה של פונקציה חזקה מניכר

$$[f(x)^n]' = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$$

$$[(\sqrt[n]{f(x)})]' = n \cdot (\sqrt[n]{f(x)})^{n-1} \cdot \frac{f'(x)}{n \sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$$

חזקה של המסוי

@racheli.math

(2024 שנת הלימודים) פונקציות אינטגרל

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{פונקציה פשוטה}$$

$$\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int k dx = kx + C$$

$$\int (mx+b)^n dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{(mx+b)^{n+1}}{(n+1)} + C$$

חשוב!
זיהוי
הפונקציה

$$\int f'(x)[f(x)]^n dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

הפונקציה
בגורם

$$\int 6x^5 \cdot (x^6+3)^2 dx = \frac{(x^6+3)^3}{3} + C \quad \text{פונקציה פשוטה}$$

$$\int \frac{k}{x^n} dx = \int kx^{-n} dx = \frac{k \cdot x^{-n+1}}{-n+1} + C, n \neq 1$$

$$\int \frac{10}{x^3} dx = \int 10 \cdot x^{-3} dx = 10 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} + C = \underline{\underline{-5x^{-2} + C}} \quad \text{פונקציה פשוטה}$$

זיהוי
הפונקציה
בגורם
האינטגרל

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} dx = \int f'(x) \cdot [f(x)]^{-n} dx = \frac{[f(x)]^{-n+1}}{-n+1} + C, n \neq 1$$

$$\int \frac{6x^5}{(x^6+3)^4} dx = \int 6x^5 \cdot (x^6+3)^{-4} dx = \underline{\underline{-\frac{(x^6+3)^{-3}}{3} + C}} \quad \text{פונקציה פשוטה}$$

@racheli.math

(4)

אסימטות אנכיות (מתבונן לצד y)
והקשר אי רציף "חור"

אסימטות אנכיות היא מהצורה:
מספר $x =$ (הישר שלה הוא ישר
המאונך לצד y - x (מתבונן לצד y)).
משמעות: כאשר x שואף לאינסוף
 y שואף לפזוס או מינים אינסוף
($\pm\infty$).

מצגת אסימטות אנכיות או חור

כאשר נרשם את תחום ההצבה
של הפונקציה בואו את זה והקשר
שבין הפונקציה לא מוגדר.

לפי שתפונקציה לא מוגדר בהקשר
 $x=m$. נבדוק מה קורה לפונקציה
כאשר x שואף ל- m :

① האם הפונקציה שואפת ל- $\pm\infty$?

אם כן, מדובר בא. אנכית

קורה כאשר: $\lim_{x \rightarrow m} y = \pm\infty$
 $x \rightarrow m \Rightarrow y = \frac{\text{מספר}}{0}$
② א. מתבוננים:

$x \rightarrow m \Rightarrow y = \frac{0}{0}$
מדובר ב"צורה לא ברורה".

לצמצם את השבר ונציב סוג אל
נקיז את' ההצבה. אם נקבל:

$$x \rightarrow m \Rightarrow y \rightarrow \frac{k}{0} (k \neq 0)$$

$$\sim \text{אנכי} \quad x=m \quad \text{א.א.נכ}$$

$$x \rightarrow m \Rightarrow y = k \quad \text{נקבל} \quad \text{אם}$$

אז מצאנו בנק' "חור" שסעיפיה
הם: (m, k)

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}$$

דאנא:

גדליה נמצא תחום ההצבה.

בסוף
סעיף
השני

$$x^2 + x > 0$$

נשרטט פרבולה



$$\underline{\text{ג.ה.}}: \quad x > 0 \quad \text{או} \quad x < -1$$

כחומר נק' א' ההצבה הן $x=0$, $x=-1$

לחב' ב נקודה נבדק האם אס'מפלוסה
אנכי' או "חור".

לבור $x=0$ הנני מתאם נקבל $\frac{0}{0}$

ואכן חסר חור, ואכן לצמצם את
השבר ונציב סוג.

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+x}} = \frac{4\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}$$

$$f(x) = \frac{4\sqrt{x} \cdot \cancel{\sqrt{x}}}{\cancel{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x+1}} = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$$

צ'ים שם $x=0$ ונק'ה

$$f(0) = \frac{4 \cdot \sqrt{0}}{\sqrt{0+1}} = 0$$

קיצונו מסת וזכן מראה בתור
שסימטריה היא: $(0,0)$ וז

למה נק' א' היה צריך $x=-1$
המ'נה רא מתאם נק'ה:

$$y = \frac{4 \cdot (-1)}{0} \rightarrow$$

זוכן, אצורה $x=-1$ אס' מ'ס'ה א'נ'י

אסימפטוטה אנכית (מקבילה לציר x) מאונכת לציר y

א. אנכית היא מהצורה $x = \text{מספר}$
 ישר המקביל לציר x .

אסימפטוטה הישרים x ו- y (גבול) כאשר x שואף
 ל- $\pm\infty$.

מצא את אסימפטוטה אנכית

ישר קצת נפרד: $x = \text{מספר}$
 אם x שואף ל- $\pm\infty$ אז y שואף ל- $\pm\infty$
 אם x שואף ל- 0 אז y שואף ל- $\pm\infty$

$\frac{x}{\text{מספר שונה מ-0}} \rightarrow \pm\infty$

כאשר x שואף לאינסוף החזקה הגבוהה
 ב'ל' של x היא הגדולה ביותר בהם
 בחינים ושאר האיברים זניחים.

פונקציה	א. אנכית	האנכית!
$y = \frac{2x^2 - 6x + 3}{-x^2 + 4}$	$y = -2$	
$y = \frac{x + 6}{x^2 - 9}$	$y = 0$	
$y = \frac{2x^3 - 4x^2 + 1}{4x^3 - 2x}$	$y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	
$y = \frac{2x^3 - 4x + 1}{4x^3 - 2x} + 8$	$y = \frac{1}{2} + 8 = 8.5$	

⑥

פונקציה

אסימטות אנכיות

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}$$

תחום הגדרה:
 $x < -1$ או $x > 0$
 נכון לכל x
 $x \rightarrow \pm \infty$

$$x \rightarrow +\infty \quad f(x) \rightarrow \frac{\frac{4x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2+x}}{x}} = \frac{4}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}} = \frac{4}{\sqrt{1+\frac{1}{\infty}}} = 4$$

בא x , אסימטות:

$$x \rightarrow -\infty \quad f(x) \rightarrow \frac{4}{\frac{\sqrt{x^2+x}}{-\sqrt{x}}} = -4$$

ניתן גם למצוא

א. אסימטות אנכיות

ב. אסימטות אופקיות

במחשב

אך תמיד עליכם

להוכיח את זה

הנסיגה

הדוגמה:

x	100	50	-50	-100
y	3.98	3.96	-4.04	-4.02

ניתן לראות

התאמה במחשב

להראות כי האסימטות

$$x \rightarrow +\infty \quad y = 4$$

$$x \rightarrow -\infty \quad y = -4$$

שתי אסימטות אנכיות.