

@rachel.math

ספר מספרים מרוכבים

הגדרה:

$$i = \sqrt{-1} \quad \text{מספר מרוכב}$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i, \quad i^4 = 1, \quad i^{4n} = 1, \quad i^{4n+1} = i$$

$$i^{4n+2} = -1, \quad i^{4n+3} = -i$$

מספר מרוכב: z

$$z = a + bi$$

$\nearrow$ מספר מרוכב $\uparrow$ חלק ממשי $\uparrow$ חלק מדומה

$$\bar{z} = a - bi \quad \text{המספר הצמוד}$$

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

העיקרון היסודי של מספר מרוכב:
 שילוב מספרים מרוכבים: שני מספרים מרוכבים
 שונים כולם הם חלקים מהמחלקים שלהם
 שונים הם גם המדומים שלהם.

פעולה חשבון במספרים מרוכבים:

כתיבה: נכתבו חלקים ממשיים וחלקים מדומים
 קצומה: $3+i + (-1-2i) = 2-i$

כתיבה: נחסר חלקים ממשיים וחלקים מדומים
 $3+i - (-1-2i) = 4+3i$

כפל: נפתי סוגריים:
 $(3+i) \cdot (-1-2i) = 3(-1) + 3(-2i) - i - 2i^2 =$
 $= -3 - 6i - i + 2 = -1 - 7i$

חילוק: נפתי מונה ומכנה במספר הצמוד למכנה
 $\frac{4}{-1+i} \cdot \frac{-1-i}{-1-i} = \frac{-4-4i}{(-1)^2 - i^2} = \frac{-4-4i}{2} = -2-2i$

$\frac{a^2-b^2}{\text{כפל מקוצר}}$

הצגת שנים כיסוי
באמצעות חיצונו שנים כיסוי של המספר המרוכב
 $z = 3 - 4i$ ואם נרצה לכתוב את המספר - נכתוב את
 $z^2 = 3 - 4i$ המסומן

סמיון: $\sqrt{3-4i} = ?$

$\sqrt{3-4i} = x + yi$ (נניח)

$3-4i = (x+yi)^2$ (העלה כיסוי)

$3-4i = x^2 + 2xyi - y^2$

$\begin{cases} 3 = x^2 - y^2 \\ -4 = 2xy \end{cases}$ (שני המקרים אפשריים)
 $\Rightarrow x = -\frac{2}{y}$ (נניח)

$3 = \left(-\frac{2}{y}\right)^2 - y^2$ נניח

$3 = \frac{4}{y^2} - y^2$

$3 = \frac{4}{t} - t$ / $\cdot t$: $y^2 = t$ (נניח)

$3t = 4 - t^2$

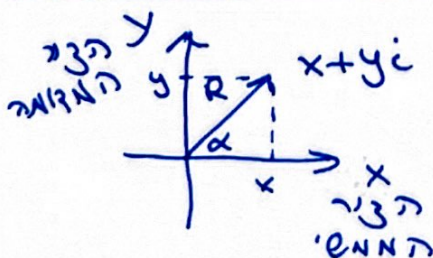
$t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow t_1 = -4, t_2 = 1$

$y^2 = -4$ $y^2 = 1$
 $y = \pm 2i$ $y = 1, y = -1$

$x_1 = -2, x_2 = 2$

$\boxed{z_1 = -2 + i} \quad \boxed{z_2 = 2 - i}$

הצגת סביבונות (קוטב) של מספר מרוכב - המיוסר של



מספר מרוכב $z = x + yi$

$\sin \alpha = \frac{y}{R}, x = R \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{x}{R}, y = R \sin \alpha$

$\boxed{z} = R(\cos \alpha + i \sin \alpha) = \boxed{R e^{i\alpha}}$

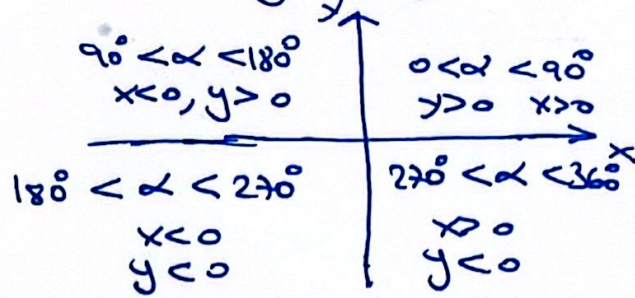
$R = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan \alpha = \frac{y}{x}$

(Shift) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ k$

$\boxed{\bar{z} = R \sin(-\alpha)}$

אם α ו β הם תכנים
המכונים.



כאשר $\alpha = 0^\circ$ נח אנו מחזיקים את המספר α נח אנו מחזיקים את המספר α

ה) וניהול בהצגה קוסם (סינטיטיק)

$$z_1 = R_1 \operatorname{cis} \alpha, \quad z_2 = R_2 \operatorname{cis} \beta$$

$$z_1 \cdot z_2 = R_1 \cdot R_2 \operatorname{cis}(\alpha + \beta)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \operatorname{cis}(\alpha - \beta)$$

משפט דה מולמר - הצפיפות

$$(R \operatorname{cis} \alpha)^n = R^n \cdot \overline{\operatorname{cis} n\alpha}$$

הסכמים מסד ח ש מסד אירב

$$z^n = a + bi$$

המסכה היא עמבוא אל-ח הפתוח של המשואה.

$$Z^n = R \operatorname{cis}(\alpha + 360^\circ k) \quad \text{! נא ציין את } k \text{ ואת } n$$

$$Z_k = \sqrt[n]{R} \operatorname{cis}\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{360^\circ k}{n}\right) \quad ; n \text{ not even } k \geq 1$$

— $k=0,1,2,3,\dots,(n-1)$ נצט
שונים.

⑤ (כסטינג) מנה"פ סדרה הנדסה אב N/ה

⑤ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$ שווה $e - 0$.

$z^n = \text{cis } 360^\circ k$
 $z^n = 1$
 $z_k = \text{cis } \frac{360^\circ k}{n}$

שנים ה'מ"ח
 פהנין המספרים
 מס'

$$Z_k = \text{cis} \frac{360^\circ k}{n} \quad ; 1 \leq k \leq n-1$$

ה. $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ סדרים של k בתוך n יחידות.

סכנים השונים שונים שונים.